Institut National Polytechnique- Cycle Préparatoire -2ème année

Examen de Propagation des Ondes Mécaniques du 03 octobre 2014

Durée : 1 h 30

Aucun document n'est autorisé. La calculatrice fournie par la prépa est autorisée.

On rappelle que les correcteurs sont sensibles à la lisibilité des copies, à l'orthographe ainsi qu'au style, lequel -en aucun cas-ne doit être télégraphique.

Questions de cours

1. On considère les vibrations monochromatiques suivantes :
   a. V(t) = 3 cos(12 πt)
   b. V(t) = - 5 cos(6πt - π/4)
   c. V(t) = 5 sin (6t - 10)

Donner les caractéristiques (amplitude, fréquence, période, retard de phase des vibrations b. et c. par rapport à la première, prise comme origine des phases). Exprimer les phases en radian et en degré.

2. Ecrire dans les trois cas précédents l'expression complexe $\underline{V}(t)$ et $d\underline{V}(t)/dt$.

Onde scalaire monochromatique plane

Une onde monochromatique est représentée en un point M par la fonction d'onde en notation complexe :

$$\underline{\Psi}(\vec{r},t) = A \exp\left\{-i\left[\omega t - \Phi(\vec{r})\right]\right\}$$

1. Définir les paramètres utilisés. Que vaut la fréquence temporelle ?
2. Dans le cas où $\Phi(\vec{r}) = 3x + 4y + 5z$, que sont les surfaces d'ondes ?
3. Vérifier que $\Psi(\vec{r},t)$ satisfait à l'équation de propagation. On rappelle que pour passer d'une propagation à une dimension x à trois dimensions $\vec{r}(x, y, z)$, il faut généraliser la dérivée seconde spatiale dans l'équation de propagation par la fonction Laplacien donnée par $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.
4. Donner les expressions de cette même fonction d'onde si la propagation se fait dans une direction normale à l'axe Oy et faisant un angle de 30° avec l'axe Oz.
5. On suppose que le plan $z = z_1$ est une surface d'onde. En déduire les composantes du vecteur $\vec{u}$, unitaire donnant la direction de propagation. Exprimer la phase et la fonction d'onde dans le plan $z = z_1$ puis dans le plan $z = z_2$. En déduire la différence de phase entre ces deux plans en fonction de la longueur d'onde λ_0, de n et de $d = z_2 - z_1$.

Vitesse de phase et vitesse de groupe dans un pavillon de profil exponentiel

Dans un pavillon acoustique, la section droite S dépend de la coordonnée axiale x selon $S(x) = S_0 \exp(\alpha x)$. L'existence et la propagation d'une onde de type $\underline{\Psi} = A \exp\left\{-i\left[\omega t - kx\right]\right\}$

conduit à la relation de dispersion $k = \frac{i\alpha}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4\omega^2}{c_s^2} - \alpha^2}$, avec c_s la vitesse de propagation du son dans le milieu en absence de pavillon.
Calculer les vitesses de phase v_φ et de groupe v_g à l'intérieur du pavillon.